

小学校算数科「数と計算」領域の指導についての一考察

— 乗法筆算における「虫食い算」の活用 —

伊東 直人¹

要旨

小学校 3 年生「数と計算」領域の乗法筆算の授業実践に基づき、「虫食い算」の指導から、算数科における「基礎的・基本的な知識及び技能の確実な習得」「課題解決に向けた思考力、判断力、表現力等の育成」「主体的に学習に取り組む態度の育成」について指導の効果や指導の在り方を明らかにし、「虫食い算」の教材としての価値を検証する。さらに、算数科の「数と計算」領域の指導における ICT 機器活用の可能性について考察する。

キーワード 小学校算数 数と計算 虫食い算 乗法筆算 ICT 活用

1. 序文

令和 2 年度から新学習指導要領が小学校で全面実施され、いわゆる「アクティブ・ラーニング」が早くから注目されてきた。これは、学習指導要領において「主体的・対話的で深い学び」という表現になったが、現場教員にとっては一斉授業からの転換という点において、自らの授業観を見直す注目点になっている。

しかし、この注目点は、「何を学ぶか」「どのように学ぶか」「何ができるようになるか」[中央教育審議会 2016 : 20-21] の中の一つであり、実際の授業においては、「何を学ぶか」「どのように学ぶか」「何ができるようになるか」の 3 点を俯瞰しながら、バランスよく授業実践を行い、その評価をしていく必要がある。

算数科においても、「どのように学ぶか」という点だけに着目するのではなく、「何を学ぶか」「何ができるようになるか」という点において、学習内容の基礎基本の着実な定着を目指す必要がある。

2. 研究の背景

2.1 「確かな学力」

小学校学習指導要領（平成 29 年 3 月告示）においては、「基礎的・基本的な知識及び技能を確実な習得」「課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力等の育成」「主体的に学習に取り組む態度の育成」「個性を生かし多様な人々との協働を促す教育の充実」の実現を求めている（文部科学省 a 2017 : 17）

2.2 「主体的・対話的で深い学び」

中教審答申では、主体的・対話的で深い学びの実現について、「教員が教えることにしっかりと関わり、（中略）授業の工夫・改善を重ねていくことである」とし、「主体的・対話

¹ こども教育学部こども教育学科こども教育学専攻

的で深い学び」の実現に向けて、①学習活動を振り返って次につなげる「主体的な学び」の実現、②考えを広げ深める「対話的な学び」の実現、③知識の関連付けによる深い理解、情報の精査による考えの形成、問題とその解決策、創造したりすることに向かう「深い学び」の実現、という視点を挙げている。

2.3 算数科の指導の工夫・改善

小学校学習指導要領解説算数編(文部科学省 b 2017:24-25)では、目標(1)について、計算を形式的な指導に終わるのではなく、計算に原理・原則があることや、原理・原則をうまく使って形式的な処理の仕方が考え出されることを理解することなどが大切であるとしている。目標(3)について、解説では、算数は楽しい、面白いと感じ、算数が得意になるような授業の創出の大切さ、活動が教科ならではの興味深い内容で構成されているものに対して進んで取り組む児童の本性に根ざす数学的活動を積極的に取り入れることによる楽しい授業の創造の大切さを述べている。

数学的活動について、解説では、単に楽しく活動をする、問題が解けてうれしいといった側面だけではなく、次のことを挙げている。

- ①数学的な見方・考え方が豊かになることによる楽しさ
- ②自ら問いをもち考えること自体の楽しさ
- ③協働的に学び合うことで考えが広がったり深まったりすることの楽しさ
- ④自分の説明で友達が分かってくれた楽しさ
- ⑤問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考えることの楽しさ

さらに、試行錯誤、(中略)などの活動を必要に応じ適切に選択し行いながら、結果を導くことが重要だとしている。

3. 研究の目的

本研究では、前項 2.1「確かな学力」で述べた内容について、算数科における指導の効果や在り方について、「数と計算」領域における学習教材として「虫食い算」を取り上げた授業実践をもとに考察し、さらに「数と計算」領域の指導における ICT 機器の活用の可能性についても考察する。

4. 研究の方法

「虫食い算」を教材として取り上げた小学校 3 年生算数科の実践事例をもとに、「虫食い算」の効果的な活用について明らかにする。

5. 「虫食い算」について

「虫食い算」とは、「虫に喰われて判読できない数字を、推理の力によって判定する算数のこと」[海野、1991:105]であり、「和算としての虫食算は久留島義太の『算梯』(稿本のため年代不詳)に見られるとも言われるが、印刷された本として最も古いものは中根彦循の『竿頭算法』(元文3年・1738年)にあると考えられている。」[上野、2016、90]

とあり、その歴史は江戸時代の和算にまで遡る。初めて図を載せた問題として、秋山は「1781(天明元)年の藤田貞資「精要算法」に『図のような書き付けがある。虫が食ったところの米と代金を補え』と述べ、図1のような図があります。今の言葉で書けば『米が□ 3石7斗□ある。この代金は、金1□ 匁と銀13 匁8分である。ただし、米の相場は、金1匁につき1石3斗、金1匁は銀60 匁である。』ということです。囲み枠の中に「虫蝕」の文字も見えます。」と紹介している。
[秋山久義、2006：219]

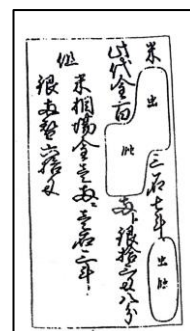


図1 藤田貞資
「精要算法」掲載の図

「虫食い算」のルールは、「出ている数字からヒントを探し、答えの候補を絞り、さらに別のヒントから最後の一つに絞り込んでいく。」
[安福、2008：37] であり、答えが一つになることが条件となる。

6 小学校における「虫食い算」の実践の授業分析

2021年(令和3年)1月に実施された三重県の公立小学校3年生を対象にした授業実践を事例として取り上げ、その分析を行う。

6.1 指導案

当授業は3年生のかけ算の筆算の指導で、「2,3位数×2位数の乗法を、筆算を使って計算できるようになる」が、主課題である。指導時間は全11時間、本時は第5時間目の授業となる。

当校の研究主題は「論理的に自分の考えを表現できる児童の育成～「教えて考えさせる授業」²⁾づくりを通して」であり、【教師の説明→理解確認→理解深化→自己評価】の構成で授業を展開する授業の在り方について研究を進めている。

本時は、次の指導案により指導された。使用教科書は東京書籍「新しい算数3年下」である。

- | |
|--|
| <p>(1) 単元名 3年生「かけ算の筆算を考えよう」</p> <p>(2) 目標</p> <p>① 2,3位数×1位数の乗法の筆算の仕方を利用して、2,3位数×2位数の乗法を筆算で計算することができる。</p> <p>② 数の構成や乗法について成り立つきまり、既習の2,3位数×1位数の筆算の仕方について説明する。</p> <p>③ 2,3位数×2位数の筆算について、既習の筆算の仕方をもとに考えたことを振り返り、数理的な処理のよさに気づき、今後の生活や学習に活用しようとする。</p> <p>(3) 指導上の考察(省略)</p> <p>(4) 指導計画</p> <p>① 何十をかける計算<2時間> (内容省略)</p> |
|--|

²⁾ 「教えて考えさせる授業」市川伸一が提唱する授業設計論。習得の授業の中に「教える場面」と「考えさせる場面」を入れるという考えから、【教師の説明・理解確認・理解深化・自己評価】で授業が構成される。

② 2けたの数をかける計算<6時間> (内容一部省略)

・2位数×2位数(部分積が2または3桁で繰り上がりなし、繰り上がりあり)の筆算の仕方を理解し、その計算ができる。(本時)

③ 暗算<1時間> (内容省略)

④ まとめ<2時間> (内容省略)

5) 本時の指導

① 学習目標 2位数×2位数の筆算の仕方を理解し、その計算ができる。

適切な数字を選んで、条件に合ったかけ算の筆算を話し合いながら完成させることができる。

② 準備物(省略)

③ 困難度査定³⁾

(前略)この問題を作るにあたり、1段目の積の1の位を「8」と固定した。これは、乗法九九の答えを末尾の数字で分類したときに、最も多いパターンの一つであるからだが、今回は児童の現状の習熟度を鑑みて、乗数の1の位も「8」と固定して考えさせることにした。(中略)当初の個人思考の段階では、このように「8」と固定されていることに戸惑いを感じる児童も見られるだろう。こういった児童には、乗法九九の中で末尾の数字が「8」となるものだけを集めた「ヒントカード」を提示し、思考がスムーズになるようにしたい。また、(中略)条件として設けられた「積を最大にする」を確認させ、被乗数及び乗数にはできるだけ大きい値を設定しなくてはならないことに気づかせたい。(中略)このようなグループでの活動を通して、それまで習熟が十分でなかった児童が、学び合いによって自らの思考や説明スキルを高め、筆算を解くにあたっては、計算の順序が大切であることに気づき、今後の計算で、今どんな計算をして、答えを導き出そうとしているのかを自分なりの言葉で説明できるのではないかと考える。

④指導過程(内容省略)

ア 導入(9分)－教師の説明

イ 理解確認(10分)

○ 76×59 の筆算を解く。

ウ 理解進化(23分)

○学習のめあての提示「計算の順序に気をつけて、問題をとこう」

エ 自己評価

○ノートに振り返りをする。

³ 困難度査定 「教えて考えさせる授業」を構想する際に、児童にとってどの点がどの程度難しいかを推し測ること。難しそうなところは時間をとり、指導の手だてを工夫する。

6.2 授業で学習教材として使われた「虫食い算」

授業では、図2の「虫食い算」が使われた。

式 $\square\square\times\square8$ の筆算を完成させる「虫食い算」であるが、実は、この虫食い算には次のA・B・Cの3つの解ができる。

$\begin{array}{r} \text{A} \quad \square 9 1 \\ \times \quad \square 2 8 \\ \hline 7 \square 8 \\ 1 8 2 \\ \hline 2 5 4 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{B} \quad \square 9 6 \\ \times \quad \square 2 8 \\ \hline 7 \square 8 \\ 1 9 2 \\ \hline 2 6 8 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \square 9 6 \\ \times \quad \square 7 8 \\ \hline 7 \square 8 \\ 6 7 2 \\ \hline 7 4 8 8 \end{array}$
--	--	--

通常の「虫食い算」のルールは、答えが一つになることである。この場合、答えが3つになる。そのため本時では、「答えが一番大きい数にする」を条件として設定し、Cを正解とした。

この「虫食い算」を解くための最初の着眼点は、部分積上段の一の位の8である。乗数一の位の8の積で一の位が8となるものは、 1×8 と 6×8 の2通りある。この結果、この「虫食い算」の解が3通りできるのである。

解いていく順序は

- ① 部分積8がそのまま下に降りるので、 $\square=8$ 。
- ② $\square\times 8$ の積の十の位が7から、A、B、Cいずれも $\square=9$ となる。
- ③ $\square\times 8$ の積の一の位が8から、 $\square=1, 6$ のどちらかとなる。

Aの場合 ($\square=1$)

- ④A $1(\square)\times\square$: 積の1の位が2から、 $\square=2$ となる。
- ⑤A ここまでで、式の数 ($\square=9, \square=1, \square=2$) が確定したので、残りの空欄 ($\square, \square, \square, \square, \square$) を埋める。

Bの場合 ($\square=6$)

- ④B $6(\square)\times\square$: 積の1の位が2から、 $\square=2, 7$ となるので、 $\square=2$ の場合を考える
- ⑤B ここまでで、式の数 ($\square=9, \square=6, \square=2$) が確定したので、残りの空欄 ($\square, \square, \square, \square, \square$) を埋める

Cの場合 ($\square=6$)

- ④C $6(\square)\times\square$: 積の1の位が2から、 $\square=2, 7$ となるので、 $\square=7$ の場合を考える
- ⑤C ここまでで、式の数 ($\square=9, \square=6, \square=7$) が確定したので、残りの空欄 ($\square, \square, \square, \square, \square$) を埋める

この流れを表にすると次のようになる。

<先生からの問題>
□のところに数字を入れて、筆算の式をかんせいせよ **別紙資料⑤**

答えが一番大きい数になるようにする

$$\begin{array}{r} \text{ア} \text{イ} \\ \times \quad \text{ウ} 8 \\ \hline 7 \text{エ} 8 \\ \text{オ} \text{カ} 2 \\ \hline \text{キ} \text{ク} \text{ケ} \text{コ} \end{array}$$

②・④・⑤に
同じ数字を2回使わない

わたしは、このようにしてときました。

図2 授業で児童に配布されたワークシート

表1 本時で扱われた「虫食い算」の解法過程

数が1つに決まる		数が2通りある		数が2通りある	解	
$\square = 8$ $\square = 9$	→	$\square = 1$	→	$\square = 2$	2548	Aの場合
		$\square = 6$	→		2688	Bの場合
				$\square = 7$	7488	Cの場合(正解)

児童には、授業において、これら A、B、C の 3 つの解があることを知らされていないため、児童は試行錯誤しながら、条件「答えは一番大きい数にする」に合う解を見つけていくこととなる。

7 授業分析をもとにした考察

7.1 基礎的・基本的な知識及び技能の確実な習得と「虫食い算」の活用

本時では、2 位数×2 位数の筆算の習得を目指し、「虫食い算」を教材としている。

本時の学習目標として「2 位数×2 位数の筆算の仕方を理解し、その計算ができる」を設定し、計算の習得あるいは習熟をねらいとしている。指導案によると、本単元の全指導時間 11 時間のうち本時の学習は 5 時間目である。本時の学習後には 3 位数×2 位数の筆算、暗算を学習する計画となっている。

本時の 2 位数×2 位数に至るまで、また、本時以降の指導として、使用教科書である東京書籍「新しい算数 3 年下」では次の順序となっている。

<p>1 何十をかける計算</p> <p>① 【5×30】 5×3×10 で考えさせる。 【12×30】 12×3×10 で考えさせる。 ※ いずれも結合法則による考え方である。</p> <p>② ①の活動のまとめとして「乗数が 10 倍になると答えも 10 倍になる」ことへの理解。</p> <p>2 2けたの数をかける計算</p> <p>① 【12×23】 12×23=12×(20+3)=12×20+12×3 で考えさせる。 ※ 分配法則による考え方である。</p> <p>② 【12×23】 部分積が 2 位数になる筆算を考えさせる。</p> <p>③ 【58×46】 部分積が 3 位数になる筆算を考えさせる。 ※ 本時 【86×30】 部分積が空位になる筆算を考えさせる。 【3×46】 3×46=46×3 にして計算できることを理解させる。 ※ 交換法則による考え方である。</p> <p>④ 【587×34】 被乗数が 3 位数になる筆算を考えさせる。</p> <p>3 暗算</p> <p>① 【23×3】 (20+3)×3 として暗算で計算させる。 ※ 分配法則による考え方である。 【25×8】 25×4×2 として暗算で計算させる。 ※ 結合法則による考え方である。</p> <p style="text-align: right;">※は筆者による</p>
--

教科書の指導事項を見ると、かけ算の指導は、「結合法則」、「分配法則」、「交換法則」の3つの法則を活用させることで成り立っており、特に本時で扱う2位数×2位数の筆算の思考過程では分配法則が活用されている。

つまり、この虫食い算を解いていくときにも、意識的・無意識的にかかわらず分配法則を使って思考しなければならない。

本時の虫食い算（図3）で、

- ・ $\boxed{イ} \times 8$ 、 $\boxed{ア} \times 8$ から7 $\boxed{エ}$ 8の部分積を導き出す。
- ・ $\boxed{イ} \times \boxed{ウ}$ 、 $\boxed{ア} \times \boxed{ウ}$ から $\boxed{オ}$ $\boxed{カ}$ 2の部分積を導き出す。

という活動をしていく中で、分配法則を使っていくことになる。

図3 授業で教材とした「虫食い算」

順番に計算していく筆算の手順や部分積を出してそれを足すことの意味と手順を理解していなければ、虫食い算は解けない。

また、筆算の計算過程においては、乗法のみならず加法、減法も確実にできなければならない。通常の筆算の計算練習では、乗法・加法・減法で誤答をしても、誤答のまま最後まで答えを出すことはできる。しかし、虫食い算の場合は、ところどころ見える形で数が置かれているために、誤答はできない。常に正誤を確かめながら計算を進めることになる。

これらのことから、乗法筆算の理解と習熟に虫食い算を活用する意義があるのである。

- ・ 筆算の意味の理解と手順の理解を確認、習熟。
- ・ 加減も含めた計算の習熟。

この2点において、乗法筆算における虫食い算の教育的価値が認められるのである。

7.2 虫食い算を活用した「課題解決に向けた思考力、判断力、表現力等」の育成

小学校学習指導要領算数科の目標では「筋道を立てて考察する力」「統合的・発展的に考察する力」「簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力」が求められている。

7.2.1 一つの空欄の数を絞り込むための「思考力と判断力の育成」

虫食い算を解いていく過程においては、「どの空欄からあてはまる数を見つけ出しているのか」「2つ目にはどの空欄の数が見つけられるのか」といった筋道立てて考察する思考力が必要となる。

授業の冒頭部分の記録である

T3 じゃあ見てみましょうか。大事なのは1人じゃ難しいと思うの。みんなで頑張ってどうやって解いたか計算の順序考えながら、これを考えてみる。

T10 ここの答え、キ・ク・ケ・コ、ここで出来上がる数で一番大きな数。

(中略)

C8 999

C9 9999

T11 そこは何が入るかを考えてほしい。で、もう1つ確認する。もう一回、めあて。

C10 「計算の順序に気をつけて筆算ができる」

指導者は「計算の順序に気をつけて、問題をとこう」をめあてとし、「計算の順序を考えながら、これを考えてみる」(T3)と指導し、さらに、「もう一つ確認する。もう一回、めあて。」(T11)と発問し、児童は「計算の順序に気をつけて筆算ができる」(C10)と発言している。

本時の課題の虫食い算では、まず□が1番目に見つかる数である。□=8が分かっても、それとつなげて判明する数はない。筆算の手順からすると(被乗数)×(乗数一の位の数)の計算が最初となる。

ここではイ×8である。□の次にこれを考えなければならないことに気づくことでこの虫食い算は解けていく。

授業では、次のように展開していく

T12 一番最初にやらなあかん計算どれ?

C11 はー?

T13 8とイ、何かを掛けて、これがスタートだよな。

だから四角を1番最初に考えるのはここ、イやって。

この場面で「筋道立てて考える力」を育てるのに重要なことは、どの部分から考え始めるかを子ども自身が見つけるということである。C11の「はー?」というつぶやきは、非常に大きい意味がある。指導者はこのつぶやきに立ち止まらずに、T13の言葉を発した。

筋道立てて考えるという数学的な態度を促すために、「どんな方法でできそうか(見通し)、どんな結果になりそうか(見通し)」という発問を考えておく」[片桐、2017:113]ことが必要であり、この場面ではT12において、児童に見通しを持たせる発問をしているが、そこで十分な吟味を児童にさせることなく、指導者がイを一番に考えるという手順を示してしまった。この場面では、どの空欄から考えられそうかという類推の思考を使わせるためにも、C11のつぶやきに立ち止まり、児童に考えさせるべきであったと筆者は考える。笠井が「算数が苦手な子供が「分からない」というのは、どうやったら答えが出るかという手続きなのではなく、なぜそういうことをする必要があるのかといった意味や目的であることがある。」[笠井、2015:18]と述べるように、「なぜ、イから考えるのか。」を十分に考えさせ、その必要性を納得させることが授業の重要な活動である。

「問題解決学習の条件は、問題が子どもたちが解きたいものとして子どもたちのものになることです。つまり、子どもたちが問いを持つこと」[正木、2017:30]であり、C11のつぶやきを他の児童にも広げて、「どこから考えればいいのか」という児童全体の問いへと結び付ける必要があった。その問いからこの虫食い算の問題解決が始まっていくこととなり、虫食い算を教材として扱う価値がさらに高まるのだと考える。

しかし、ここでイを見つけることが第1であることを伝えたとしても、虫食い算について、安福が「出ている数字からヒントを探し、答えの候補を絞り、さらに別のヒントから最後の一つに絞り込んでいく。これが虫食い算を解く醍醐味なのだ。」[安福、2008:37]と述べているように、イにあてはまる数を考えることは、虫食い算の“醍醐味”である。

イの数を絞っていくには、イ×8の積の一の位が8になるものに絞り込まなければならない。その際、イ×8=8×イという乗法の交換法則を用いて、8の段の九九の積から見つけていくことになる。

$8 \times 1 = 8$	$8 \times 2 = 16$	$8 \times 3 = 24$	$8 \times 4 = 32$	$8 \times 5 = 40$	$8 \times 6 = 48$	$8 \times 7 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$8 \times 9 = 72$
------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

この中から、 $8 \times 1 = 8$ $8 \times 6 = 48$ の2つが候補として挙がることに気づくはずである。

しかし、考え方がわからない児童に対して、指導者はヒントカード(図4)を渡している。

一の位が8になるもの (12とおり)		(ヒントカード)
$1 \times 8 = 8$	$8 \times 1 = 8$	$2 \times 4 = 8$
$4 \times 2 = 8$	$2 \times 9 = 18$	$9 \times 2 = 18$
$3 \times 6 = 18$	$6 \times 3 = 18$	$4 \times 7 = 28$
$7 \times 4 = 28$	$6 \times 8 = 48$	$8 \times 6 = 48$

図4 授業で児童に配布されたヒントカード

これは、九九表全体から積の一の位が8になるものを抜き出したものである。このカードは乗法の交換法

則を使わずに考えさせるものになる。このヒントカードを使うには、まず「一の位が8になるもの」というヒントカードの意味を理解したうえで、イの候補を絞るには、乗数が8のもの(1×8 , 6×8)が当てはまることに気づかなければならない。

児童にとっては、 2×4 , 4×2 , 2×9 , 9×2 …などの被乗数、乗数に8が入っていない式までここに挙げられているかで迷ってしまうのではないと思われる。

指導者は、8の段の九九をヒントにするのではなく、積の一の位が8になるものをヒントとして挙げた。指導者は「乗法九九の答えを末尾の数字で分類したときに、8が最も多いパターンの一つである」「乗法九九の中で末尾の数字が「8」となるものだけを集めた「ヒントカード」を提示し、思考がスムーズになるようにしたい」と指導案の中で述べている。

この個人思考の場面では

- C13 8×6 かなあ、 8×1 かなあ
- T14 (ヒントカードを手にとって机間指導)
- C14 (ヒントカードを渡された児童)
- 迷わせるやつや
- C15 出た誘導作戦
- C16 僕まだ配られてないから大丈夫
- C17 1じゃないんか
- T15 (ヒントカードを見せながら1人の児童に) これ答えが8になるやつ、この中から探してみて。
- C18 1か6やこれ絶対。わかっちゃうもん。1の位が8になるんやろ。でここが・・・

このヒントカードを活用しているかどうかは明確ではないが、C13のつぶやきにみられるように、一部の児童は交換法則を使って8の段の九九から、答えを絞り込んでいることが推察される。

この「8の段の九九から絞り込む」ことが、「九九表全体から積の一の位が8から答えを絞り込む」方法より、合理的な思考であるといえる。指導者は「ヒントカードにより思考をスムーズにしたい」と考えたが、2つの方法の比較検討をさせ、何をよりどころにして考えていくかを児童自身に考えさせることで、思考力や判断力を高めることができると筆者は考える。

7.2.2 虫食い算を解いていく「思考過程の表現」

この虫食い算では、 \square に当てはまる数を見つけると、次に \square に当てはまる数が見えてくる。これら類推と試行を繰り返しながら、思考過程が出来あがる。

指導案V本時の指導(4)指導過程の「理解深化」のところで、「グループでそれぞれの考えを伝え合い、条件に沿ったより良い回答^{ママ}を見つけたり、わかりやすい説明のしかたについて話し合う。」と計画している。つまり、グループや学級で共有するための「わかりやすい説明」をして、思考過程を整理し表現させたいと指導者は計画した。

次は、一斉指導に切り替わる場面である。

T20 前向きます。

まず数字が埋まった人もいると思うのです。だけど、その説明ができないといけないよね。

これ1番最初、イを入れるための説明、やれるって言う人いる？

ちょっと聞きます、イには、何が入るの？

C24 口々に、6

T21 そう、6なんですよ。〇〇さんは書いているんだけどそれ読んでくれる？

C25 \square は、2段目の答えが8になっているので、1番答えが大きな掛け算は $6 \times 8 = 48$ だからイ=6にしました。

T22 そうやな。まずそこ。

8に何かをかけて、この1の位が8になるのは、6以外に何かなかった？

C26 1があっただけさあ、この条件が。

T23 そうやな。1と6がある。でもなんで1があかんのかと言うと、

C27 答えが1番大きくなならない

T24 答えが1番大きくするので6を選ぶと言うことやな。

こうやって説明をいっぱいつないでいて、次にイが埋まったら考えなあかんのは、何の数字？

C28 \square

T25 \square は何が入るの？

C29 9

T26 なんでここに9が入るの？

C30 \times の下に7が入っているから(第1部分積100の位)、

$8 \times \square$ で7口になるのは9だけだから

T27 8に口を掛けて、7口になるのは、 8×9 だけ。

だからここに9が入る。ア=9。

こうやって一つ一つの説明を皆さんでつないでいくという事。

T21で \square に入る数が6になる説明を求め、C25がそれを説明している。

T24で「次に \square が埋まったら考えなあかんのは、何の数字？」と発問し、思考の順番を確かめている。そして「こうやって一つ一つの説明を皆さんでつないでいくという事。」と、説明するという表現の大事さを指導している。

児童は、自分の思考過程をワークシートに記入していった。

このワークシートについて、この授業を参観した指導主事の本多史明は、ワークシートの「わたしはこのようにしてとききました」の欄に「まず」「次に」「そして」を記入したほ

あり、それを表現する力が求められているのである。

通常の筆算の計算練習を繰り返しているだけでは、この思考過程の表現の動機付け、さらに表現活動の育成はむづかしい。しかし、上垣が示したような数学的な筋道立てた思考を表現していく方法について、発達段階に応じた指導をしていくべきであり、虫食い算の説明が表現方法を指導していく教材として適していると考ええる。

7.2.3 虫食い算による「主体的に学習に取り組む態度」の育成

主体的な学習とは、「児童生徒自らが、問題の解決に向けて見通しをもち、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返り、よりよく解決したり、新たな問いを見いだしたりすること」[中央教育審議会 2016:149]であり、言い換えると、児童が自ら問題を見つけ、「考えてみたい」と自発的に思うことである。これは「授業の導入では、子どもから問いを生み出さなければならない。それは、教師が『～しましょう』とか『～しよう』と子どもに投げかけたからといってうまれるというものでは決してない。」[山本、2009:10]と山本が指摘するように、児童自らが「問い」を持つことである。

虫食い算はすでに空欄の形で未知数があり、一目見ただけで、解いてみたいという思考を誘発する作用をもっている。本時では、問題の印刷されたワークシートが配布されたとともに、児童が自ら思考し始めていることが授業記録からうかがえる。

T5 画面にも出しますし、こちらにも大きいのをはります。このアからコまでにどんな数字が入るかを考えて欲しい。

C3 えー (考え始める)

T6 いいかい。ただ解く前にみんなでちょっと確認をしていこう。いい？
条件がいろいろ書いてあるの、わかりますか。どんな条件が書いてある？

C3の「えー」は、拒否をしている反応ではなく、考え始めている反応である。残念なことは、ここで、問題の条件を確認させるために、T6が動き始めた児童の思考を止めてしまっている。ここは、「どれから考えればいいんだろう」など、主体的な問いが自発的に、かつ多様に生まれるために、児童に自由に試行させる時間を確保しても良かった。

8 算数科授業における虫食い算の活用について

8.1 授業後のアンケートから考える虫食い算の活用

本時の授業終了後の授業アンケート（回答数 29 人）によると、児童の意識は表 2 のようであった。

第 1 設問は「虫食い算を取り組んで、どのようなことを思いましたか。（複数回答可）」であり、回答のうち、「楽しかった」（25 人、86.2%）、「答えが見つけれられて、スッキリした」（18 人、62.1%）、「やりがいがあった」（16 人 55.2%）が回答数の過半数を超え、「虫食い算」を教材として取り上げた結果、児童は意欲的に取り組んだと考えられる。

「むずかしかった」(16人 55.2%)も過半数を超えているが、「むずかしかった」ことを理由に、意欲的ではないとは言えない。

授業アンケートには、第2設問に「虫食い算の問題をもっとしてみたいですか。」の設問がある。

第1設問のうち「楽しかった・やってみたら簡単な気がした」「むずかしかった」と第2設問をクロス集計したものが表3である。

「むずかしかった」と回答した児童17人のうち、10人は「もっとしてみたい・どちらかといえばしてみたい」と回答しており、むずかしからといって「したくない・どちらかといえばしたくない」という気持ちは起きないと考えられる。

また、第2設問だけを見ると、「もっとしてみたい・どちらかといえばしてみたい」が21人で、「したくない・どちらかといえばしたくない」の8人の約2.6倍、全体の72.4%である。学習した児童の3/4は虫食い算を肯定的にとらえている。

さらに、アンケートでは虫食い算でといた96×78の筆算を、通常の筆算で計算させている。

全体の正答者は20人/29人中で、正答率は69.0%であった。

正答率を、先のクロス集計に当てはめると、表4のようになる。

「むずかしかった」×「したくない・どちらかといえばしたくない」の欄の児童の正答率は42.9%（正答4人・誤答3人）で、3人は正答できなかった。

虫食い算を教材として活用した場合の、学習前後での計算習熟効果はこれらの数値から明らかにはできないが、虫食い算を教材とすることで、児童の学習意欲を高める効果はあったと考える。

8.2 教科書教材としての虫食い算

当該小学校が使用する東京書籍「新しい算数3下」では、当単元「かけ算の筆算を考えよう」の「ほじゅうのめんだい」として巻末に図5の問題を取り上げている。

さらに、巻末の「おもしろめんだいチャレンジ」では、発展課題として、図6の問題を掲載している。

表2 授業後のアンケート(第1設問)

虫食い算を取り組んで、どのようなことを思いましたか。	回答人数	割合
楽しかった。	25	86.2%
答えが見つけれられて、すっきりした。	18	62.1%
やりがいがあった。	16	55.2%
むずかしかった	16	55.2%
虫食い算にきょうみがわいた。	11	37.9%
虫食い算がすきになった。	11	37.9%
やってみたらかんたんな気がした。	10	34.5%
答えがはっきりしていると思った。	8	27.6%
こういうのがとくいだ。	8	27.6%
ちょうしよくできた。	6	20.7%
むずかしくてくるしかかった。	5	17.2%
答えの見つかり方が、うつくしいと思った。	5	17.2%
かたくるしい感じがした。	1	3.4%
つまらなかった。	0	0.0%

表3 第1設問第2設問のクロス集計

	楽しかった やってみたらかんたんな気がした	むずかしかった
	もっとしてみたい どちらかといえばしてみたい	11人
したくない どちらかといえばしたくない	1人	7人

表4 第1設問第2設問のクロス集計と通常筆算の正答率

	楽しかった やってみたらかんたんな気がした	むずかしかった
	もっとしてみたい どちらかといえばしてみたい	正答率 90.9% (正答者10/11人中)
したくない どちらかといえばしたくない	正答率 0% (正答者0/1人中)	正答率 42.9% (正答者3/7人中)

① $2 \square$	② $\square 7$	③ $3 5$
$\times \square 2$	$\times 2 \square$	$\times \square \square$
$5 6$	$4 7$	$7 0$
$8 4$	$\square \square$	$3 \square$
$8 \square \square$	$9 \square \square$	$4 \square \square$

図5 「ほじゅうの問題」(東京書籍)

補充問題のほうは、一の位×一の位の部分積の解をかけ算九九から類推しながら、筆算の手順を踏まえ、当てはまる数を類推していく。

一方、発展課題は、【3桁数×2桁数】で、さらに、部分積が隠されている。「8×□の積の一の位が6」「**1**~**9**のカードを使う」と手がかりは2つあり、これらから、部分積を求めながら、空欄の数を考える必要がある。筋道立てて考える力、類推する力など、乗法筆算の習熟を図るだけでなく、数学的な考え方を身につけるうえでも、適した問題であると考えられる。

このように、教科書では虫食い算を教材として活用しており、指導者は教科書に取り上げられている虫食い算を、学習効果を高める教材として活用していくことができる。

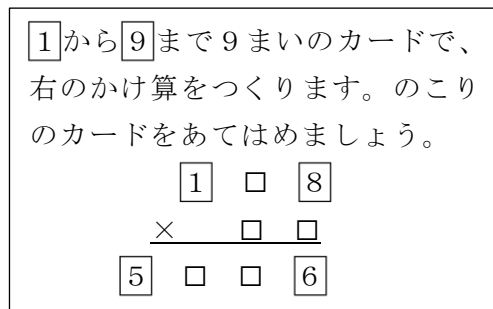


図6 「おもしろもんだいチャレンジ」(東京書籍)

8.3 乗法筆算の指導と ICT 活用

GIGA スクール構想により一人一台端末が配備され、授業での ICT の活用が加速されている。

今後 ICT の活用を進めるにあたって、その可能性について、デジタル教科書の活用、一人一台端末の活用の2点から考える。

8.3.1 デジタル教科書の活用

授業で扱った「かけ算の筆算を考えよう」の2位数×2位数の指導に関する東京書籍デジタル教科書(学習者用)の画面は図7である。教科書と同一内容が、学習者の端末に表示される。また、コンテンツをクリックすることで、図8のように、その部分を拡大表示し、文字や線を書き入れることができる。さらに、右下の「ほじゅうのもんだい」をクリックすることで、図9の補充問題が表示される。この問題は巻末の補充問題のページにジャンプしたものである。

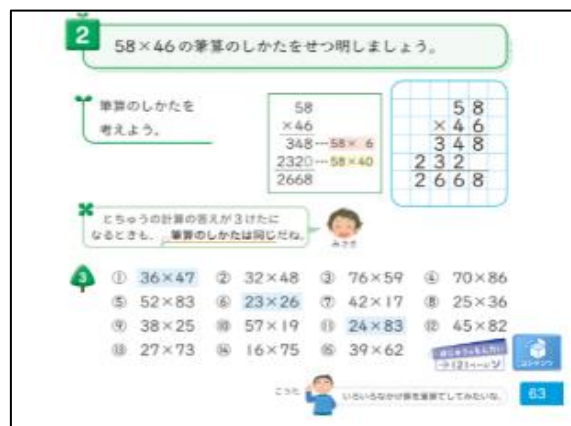


図7 学習者用デジタル教科書の画面(東京書籍)

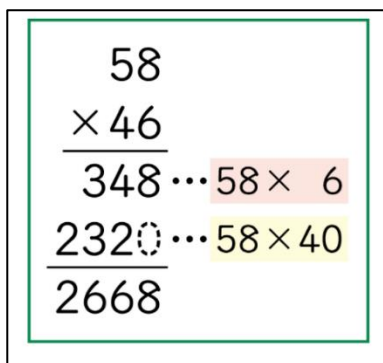


図8 部分を拡大した画面

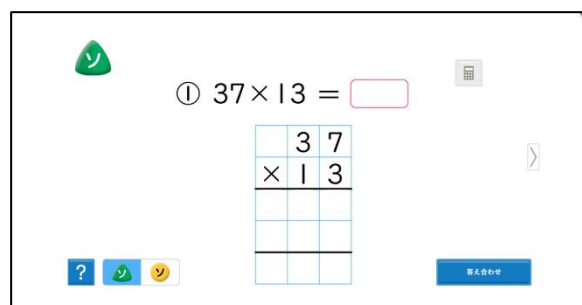


図9 補充問題(巻末の問題)

これらの機能を活用した、2位数×2位数のデジタル教科書を使った指導としては次のような方法が考えられる。

- ① 指導者が教科書画面をスクリーンに投影し、指導する。
- ② 部分的に注目させたい場面を拡大して投影し、指導する。
- ③ 学習者が端末を使って、練習問題を学習する。
- ④ 学習者が端末を使って、補充問題を学習する。

①②③は拡大画面が表示され、描画機能を使って教師による説明が可能である。さらに指導者用の機能を使った指導が可能である。④は画面上で学習者が数字を入力し、答え合わせまでできる。教科書本文(図7)の練習問題15問にも数字の入力や答え合わせまでできるようになると、さらに活用の幅は広がる。

8.3.2 一人一台端末の活用ーロイロノートの活用

一人一台端末にロイロノートを活用している場合、当該授業の「虫食い算」の指導では次のような方法が想定できる。

- ・ 虫食い算の解き方の説明を他者と共有する。
- ・ 自分の虫食い算の解き方を他者にプレゼンする。
- ・ 児童一人ひとりの学習の進捗状況を教師が把握する。

その他、ロイロノートの活用は様々な方法があり、虫食い算の学習でも指導者の工夫により、様々な方法が創造できる。

9 まとめ

ここまで見てきたように、虫食い算は、次の点で学習効果を高める教材であると考えられる。

- ・「どの空欄から考えるか」という、順序だてて考える思考力や判断力が育成できる。
- ・筆算の手順や乗法の法則(結合・分配・交換)の基礎的な知識・技能の習熟ができる。
- ・解決の道筋を順序だてて説明する表現力が育成できる。
- ・空欄を見つけていくというワクワク感が生まれ、主体的に学習に取り組む態度を育成できる。
- ・空欄の配置により難易度の調整がたやすくでき、習熟度に応じた学習ができる。

これら虫食い算の価値を理解し、学年の発達段階に応じて、その活用を図るべきである。

まずは教科書で取り上げられている虫食い算を授業の中で使うことができる。ただし、その虫食い算の教材としての価値を理解し、解き方や解くためのヒントなどの指導方法について十分な教材研究をし、効果的な指導ができるようにしなければならない。さらに、指導者が自作教材として虫食い算を作成したり、児童自身に作成させたりすることもできる。併せて、今後はさらに拡大されるであろうWEB上のコンテンツの活用もできる。

「数と計算」領域の指導において、「基礎的・基本的な知識及び技能の確実な習得」「課題解決に向けた思考力、判断力、表現力等の育成」「主体的に学習に取り組む態度の育成」を目指すためにも、この虫食い算を適切に活用していくことが有効であると考えられる。

本論文執筆にあたり、三重大学名誉教授上垣渉先生には有益な御助言をいただき、深謝する。また、授業記録等資料提供ならびに論文公表について、当該小学校長の同意を得ている。

引用文献

- 秋山久義 (2006) 「数のパズル読本」 新紀元社 219
- 上垣渉編著 (2013) : 「中学校 和算でつくるおもしろ数学授業」 明治図書 52-53
- 上野富美夫 (2016) 「数学パズル事典改訂版」 東京堂出版 90
- 海野十三 (1991) 「『海野十三全集』別巻1 評論・ノンフィクション―「虫喰い算大会」(1946 (昭和 21) 年力書房より出版を集録)」 三一書房 105
- 笠井健一 (2015) 「小学校算数アクティブ・ラーニングを目指した授業展開―主体的・協働的な学びを実現する」 東洋館出版 18
- 片桐重男 (2017) 「問題解決過程と発問分析 数学的な考え方・態度とその指導② 名著復刻問題解決過程と発問分析」 明治図書 113
- 中央教育審議会 「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申第 197 号) (2016.12.21) 20-21 49-50 149
- 正木孝昌 (2007) 「受動から能動へ―算数科に段階授業を求めて」 東洋館出版社 238
- 正木孝昌 (2017) 「働きかける子ども たいを生む算数 60 問」 学校図書 30
- 文部科学省 a 「小学校学習指導要領」 (2017.3) 17
- 文部科学省 b 「小学校学習指導要領解説算数編」 (2017.7) 日本文教出版 24-25、335-336
- 安福良直 (2008) 「世界最大の虫喰い算」 文藝春秋 37、38
- 山本良和 (2009) 「算数授業研究特別号② 『ヨッシーの算数教室 感動ある授業づくりのヒント』」 東洋館出版社 10

参考文献

- 市川伸一・植阪友里 (2016) 「教えて考えさせる授業 小学校」 図書文化社
- 市川伸一 (2018) 「教育の羅針盤 1 『教えて考えさせる授業』を創る」 図書文化社
- 市川伸一 (2020) 「『教えて考えさせる授業』を創る アドバンス編」 図書文化社
- 笠井健一監修・齊藤一弥編 (2014) 「算数言語活動実践アイデア集」 小学館
- 笠井健一 (2015) 「小学校算数アクティブ・ラーニングを目指した授業展開」 東洋館出版社
- 片桐重男 (2017) 「数学的な考え方の具体化 数学的な考え方・態度とその指導① 名著復刻問題解決過程と発問分析」 明治図書
- 坪田耕三 (2014) 「算数的思考法」 岩波書店
- 坪田耕三 (2015) 「研数学館 算数・数学講演会」 研数学館
- 藤原正彦・小川洋子 (2006) 「世にも美しい数学入門」 筑摩書房
- 細水保宏 (2010) 「算数授業研究特別号③ 『算数が大好きになるコツ』」 東洋館出版社
- 正木孝昌 (2009) 「算数の授業で教えてはいけないこと、教えなくてはいけないこと」 黎明書房
- 正木孝昌 (2010) 「計算の授業を考える 筆算だけではだめになる」 学校図書株式会社

A Study for teaching arithmetic on the “Numbers and Calculations” in Elementary Schools

-The utilization of “Arithmetical Restorations” on the written multiplication-

Naoto Ito

Summary

This article considers the effect of instruction for “Arithmetical Restorations” on the written multiplication class on the “Numbers and Calculations” in a third-grade teacher’s attempt to improve instructional strategies for teaching arithmetic in elementary schools.

The learning of “Arithmetical Restorations” investigated and suggested a variety of methods for teaching arithmetical concepts to children in grade 3, specially, from the three points of the follow:

- (1) Did the teacher improve the students' solid acquisition of basic knowledge and skills?
- (2) Did the teacher develop the students' thinking ability, judgment ability, expressive ability, etc. for problem solving?
- (3) Did the teacher improve the students' initiative to learn?

In addition, the researcher found whether “Arithmetical Restorations” is valuable instruction increase students’ curiosity, enjoyment, and success in learning arithmetic.

Finally, the researcher also considered that the possibility of utilizing ICT equipment in arithmetic lessons.

Keyword: Arithmetic in elementary schools, Numbers and Calculations, Arithmetical Restorations, Written multiplication, ICT